تقدير حدود الاحتفاظ بالخطر لدي الأطراف المشاركة بالتأمين باستخدام التوزيعات الإحتماليه

دعاء محمد هلالي أحمد

ملخص الدراسة

تهدف الدراسه الي تقدير حدود الاحتفاظ بالخطر لدي كل طرف من أطراف تحمل الخطر (المؤمن له ، المؤمن المباشر ، معيد التأمين) وذلك من خلال إستخدام التوزيعات الاحتماليه.

وبفرض أن أهم عامل من العوامل المؤثره علي قيمة حد الاحتفاظ بالخطر هو شكل دالة الخطر ، فيتم تنفيذ الاجراءات الإحصائية لإختيار التوزيع الإحتمالي المناسب لكل من عدد الحوادث وقيمة التعويضات المسدده، ويتم التعامل مع التوزيعين المناسبين لتكوين دالة الخساره الاجمالية للظاهرة محل الدراسة ، ثم تقدير حد الإحتفاظ لكل طرف باستخدام التكاملات المناسبة

Abstract

This study aims to estimate limits of risk retention of all parties which are qualified to bear the risk (the insured, the insurer, the reinsurer), through the use of probability distributions. Based on Assuming that the most important factor affecting on risk retention limit is the form of the risk function, It is better to follow statistical procedures to select the appropriate form of probability distribution for both frequencies and severity which the available data follows.

Then statistical treatment to estimate the aggregate loss should be performed to estimate the risk retention limits for all parties bearing the risk.

١- المقدمة:-

تعتبر عملية الإحتفاظ بالخطر وتحديد الحجم الامثل للإحتفاظ بالخطر من اهم وظائف ادارة الخطر في الشركات الصناعيه وشركات التامين ايضا. وتنبع هذه الأهميه من أن القرار يعتمد علي قدرة الشركه علي تحمل الخسائر حتي المستوي المحتفظ به من الخطر في أي وقت تحدث فيه الخساره ، بالاضافه الي كافة الاعباء الناتجه عن وقوع الخسائر والاعباء الاداريه الاخري .

ومن هنا قد يكون قرار الإحتفاظ بالخطر او جزء منه ضروره اقتصاديه لابد منها لادارة اخطار شركات التأمين وإعادة التأمين بطريقه سليمه.

٢- مشكلة البحث:-

تتمثل مشكلة الدراسه في :

(١) ان تحديد حجم الإحتفاظ في السوق المصري يفتقر الي وجود قاعده او اساس علمي ثابت يحدد الإحتفاظ الامثل علي الرغم من اتفاق العديد من متخذي القرار علي العوامل التي تؤثر علي حجم الإحتفاظ.

(٢) في الماضي بذلت محاولات عديده لوضع حدود إحتفاظ مثلي بقدر الامكان باستخدام الاساليب الرياضيه ولكن هذه المحاولات أغلبها كان ينصب علي شركات التأمين المباشر فقط ولم يلقي إعادة التأمين الإهتمام الكافي في هذا الشأن.

٣- أهداف البحث:-

تتمثل اهداف للبحث في:-

(١) تحديد اهم العوامل المؤثره في حد الإحتفاظ الامثل بالنسبه للمؤمن المباشر ومعرفة هل هي نفس العوامل المؤثره علي حد الإحتفاظ في شركات إعادة التأمين ام توجد عوامل اخري تؤثر عليه .

(٢) تقدير حدود الإحتفاظ بالنسبه للاطراف المختلفه لتحمل الخطر وذلك من خلال استخدام التوزيعات الاحتماليه ، بحيث تحقق افضل توزيع ممكن للأخطار وتحقق أكبر عائد من العمليات.

٤- أهمية البحث:-

تعتمد عملية تحديد الإحتفاظ علي عدة اعتبارات يجب مراعاتها للوصول الي الإحتفاظ الامثل للشركه المسنده وفي نفس الوقت فان عدم اتباع القواعد السليمه في تحديد حد الإحتفاظ او عدم الالتزام بتطبيقها قد يعرض الشركه المسنده لأوضاع مفاجئه قد تؤدي الي مشاكل ماليه تؤثر علي مستقبل الشركه من هذه العوامل :

- الإحتفاظ بجزء من الاخطار اكبر من طاقة الشركه يحملها التزامات تفوق طاقتها و يعرض مركزها المالي للأنهيار.
- إحتفاظ الشركه بأقل من طاقتها يؤدي الي ضياع ارباح كان من الممكن تحقيقها في حالة إحتفاظها بهذه الاخطار.

وعلي هذا تنبع اهمية البحث من كونه :

(١) يمكن من خلاله تحديد العوامل التي تؤثر علي حد الإحتفاظ الامثل .

(٢) يقدم تقدير مقترح لحدود الاحتفاظ للأطراف المختلفه لتحمل الخطر وذلك باستخدام التوزيعات الإحتماليه .

٥- منهج البحث:-

اعتمد الباحث على كافة البيانات المتعلقة ب ٤٢٩٣ وثيقه من وثائق تامين الحريق بشركة مصر للتامين خلال الفتره ٢٠١٠ الي ٢٠١٢ .

وتم إعداد النموذج المقترح من خلال استخدام أسلوب التوزيعات الاحتماليه لتقدير حدود الاحتفاظ بالنسبه لكل طرف من اطراف تحمل الخطر.

٦- حدود البحث:-

(١) التطبيق علي وثائق فرع تامين الحريق بشركة مصر للتامين .

(٢) تطبيق النموذج المقترح علي المؤمن له ، المؤمن المباشر ، معيد التأمين .

٧- خطة البحث:-

تتكون خطة البحث من مبحثين فقط هما كما يلي:

المبحث الأول : الاطار العام للاحتفاظ بالخطر واهم العوامل المؤثره في حد الاحتفاظ.

المبحث الثاني: استخدام التوزيعات الإحتماليه في تقدير حدود الاحتفاظ بالخطر لدي كل طرف من أطراف تحمل الخطر.

النتائج والتوصيات.

المبحث الأول

الاطار العام للاحتفاظ بالخطر واهم العوامل المؤثره في حد الاحتفاظ

ان عدم اتباع الدقه في تحديد حدود الاحتفاظ او عدم الالتزام بتطبيقها في معظم الحالات قد يعرض الشركه لاوضاع مفاجئه ينتج عنها خساره قد تؤدي الي اعسار الشركه ، فاذا كان من الواجب عدم التجاوز بتخفيض حدود الإحتفاظ الي الدرجه التي يكون من نتيجتها ضياع الارباح المتوقعه من عمليات الاكتتاب، كما ينبغي عدم المغالاه في زيادة حدود الاحتفاظ عن الحجم المناسب ، لما في ذلك من اهدار لمزايا واغراض اعادة التامين من ناحيه وتحملها لأخطار تفوق طاقتها من ناحيه اخري .

أولاً: مفهوم الاحتفاظ :-

يوجد العديد من التعريفات لمفهوم الاحتفاظ منها :

الاحتفاظ هو الجزء من الخطرالذي لم يتم التنازل عنه ويتم الاحتفاظ به لحساب شركة التأمين المباشر(Tomas Cipra ,2010, p 259).

كما تعرف شركة اعادة التامين السويسريه الاحتفاظ في مجال التامينات العامه علي انه : " الحد الاقصي من الخساره المحتمله والتي تكون شركة التامين قادره علي دفعها" .(Swiss re insurance company, 2000, p 45) ويعرف الاحتفاظ من خلال الاتحاد المصري للتامين الاحتفاظ علي انه : " هو ذلك الجزء من مبلغ التامين الذي تكون شركة التامين علي استعداد لتحمله كحد أقصي للخساره عند تحقق الخطر بما لايؤثر علي مركزها المالي، ومايزيد عن هذا الحد يكون لتغطيات اعادة التامين .

وايضا عرف carter الاحتفاظ علي انه " اقصي خساره محتمله تكون الشركه المسنده مستعده لتحملها في حساباتها فيما يتعلق اما بخساره مفرده أو خسائر متراكمه ناتجه عن حدث واحد عبر فتره محدده من الزمن " R.L ,Carter, p) (396 ووفقا لما سبق يلاحظ ان هناك اربعة محاور يدور حولها تعريف حد الاحتفاظ وهي :

- نسبه مئويه من مبلغ التامين كما في اتفاقية الحصص النسبيه .
- مبلغ تامين يسمي شريحه كما في اتفاقية الفائض .

- حد أقصي من قيمة الخساره المحتمله (الأولويه) والتي تكون شركة التامين قادره علي دفعها في اتفاقية تجاوز الخساره .
- الاحتفاظ علي اساس معدل التعويضات كما في اتفاقية وقف الخساره .

ثانيا:- اهم العوامل المؤثره في حدود الاحتفاظ :-

١- دخل الأقساط . Premium Income

اوضح بنجامين انه كلما زاد الدخل من الأقساط كلما زاد حد الاحتفاظ وان ذلك يرجع الي انخفاض الانحراف النسبي لمعدل المطالبات الكبيره مما يؤدي الي انخفاض الحاجه الي إعادة التامين(R.L, Carter r, p 314).

٢- رأس المال والاحتياطيات الحره . Capital and reserve

يعتبر رأس المال المدفوع والاحتياطيات الحره التي تكونها الشركه حجر الاساس للتعرف علي مدي قوة الشركه ويعتبر البند الثاني في تحديد حد الاحتفاظ للشركه المسنده حيث ان زيادة حد الاحتفاظ يؤدي الي المخاطره براس مال الشركه المسنده ، ولذلك أمرطبيعي ان تكون زيادة راس المال والاحتياطيات الحره ضروره لزيادة احتفاظ الشركه المسنده وتوفير عنصر الامان لها .

و قد توصلت بعض الدراسات(Swiss Re. company, 2000, p 47) الي انه توجد علاقه نسبيه تربط بين حجم الاحتفاظ الصافي وراس المال والاحتياطيات الحره ، فقد توصلت الدراسات الي انه في فرع تامين حريق، سيارات، حوادث، بحري يتراوح عادة حد الاحتفاظ الصافي بين ٠.٥% و ٢% من راس المال والاحتياطيات ، لكل خطر منفرد، في حين انه في الكوارث يمثل مرتان ونصف المره للاحتفاظ للخطر المفرد علي الاكثر.

٣- طبيعة النشاط التاميني . Nature of the Account

ان انتشار الاخطار وتنوعها من شأنه ان يقلل معدلات تقلبات الخسائر ويحد من تأثيرها علي احتفاظ الشركه المسنده لذلك نجد ان الشركه التي تكتتب في فرع

واحد من الأخطار عرضة لزيادة معدل تقلبات الخسائر عن الشركات التي تكتتب في اخطار متنوعه.

٤- حجم محفظة العمليات . Size of Portfolio

ان زيادة حجم العمليات لشركة التامين يوفر لها استقرارا ناتجا من توفر قانون الأعداد الكبيره بشكل افضل ومع زيادة استقرار الشركه فانها تستطيع ان تزيد من حد احتفاظها لذلك فانه كلما زاد حجم المحفظه كلما زادت قيمة الاقساط وبالتالي زاد حد احتفاظ المؤمن المباشر وذلك لان التباين النسبي للخسائر الكبيره سوف يكون اقل وبالتالي تقل الحاجه الي اعادة التامين ، اي انه هناك علاقه طرديه بين حجم محفظة العمليات وحد الاحتفاظ

٥- تحميلات القسط الصافي . Net Premium Loading

ترتبط مستويات الاحتفاظ ، بحجم التحميلات التي يمكن ان تضيفها شركة التامين الي معدلات القسط .

حيث انه كلما تمكنت الشركه من رفع نسبة التحميل في معدل الاقساط التي تطبقها كلما امكن للشركه زيادة احتياطياتها لمواجهة المسئوليه الناتجه عن اكتتاباتها وهذا بالطبع سيؤدي الي زيادة حد الاحتفاظ .

٦- احتمال الخساره . Probability of Loss

يرتبط حد الاحتفاظ بإحتمال تحقق الخساره بعلاقه عكسيه حيث انه كلما زاد احتمال تحقق الخساره كلما انخفض حد الاحتفاظ ونلاحظ ان تحديد الاحتفاظ يجب ان يكون عن نفس الفتره الزمنيه التي تم قياس احتمال تحقق الخساره فيها .

٧- السياسه الاستثماريه للشركه . Investment Policy

يتحدد مستوي السيوله المطلوبه لمواجهة التقلبات في العمليات وفقا للسياسه الاستثماريه التي تتبعها الشركه فبناء علي السيوله المتوفره للشركه تتحدد قدرتها علي

تحديد حد الاحتفاظ ، فكلما كانت سياسة الشركه الاستثماريه تحتوي علي اوجه استثمار نقديه سريعه التحويل الي سيوله نقديه ، كلما تمكنت من زيادة حجم الاحتفاظ الصافي ، ولكن هذا يؤثر علي ربحية الشركه .

٨- تكلفة إعادة التأمين . The price of Reinsurance

توجد علاقه طرديه بين حد الاحتفاظ وتكلفة إعادة التامين ، فكلما زادت تكلفة إعادة التامين كلما اضطرت شركة التامين المباشر زيادة حد الاحتفاظ نتيجه لذلك والعكس صحيح.

٩- احتمال الاعسار أو الافلاس . Probability of bankruptcy

يقصد باحتمال الاعسار احتمال ان تزيد جميع التعويضات المتوقعه في المحفظه خلال فتره معينه علي الاقساط المتاحه بالاضافه الي الاحتياطيات التي تعتاد الشركه المسنده احتجازها للتغلب علي تقلبات معدل التعويضات.

وبالتالي تعتمد الشركه علي جعل هذا الاحتمال ضئيل جدا ويقترب من الصفر من خلال تقدير حجم التعويضات التي يمكن ان تتحملها بدقه ، ويساعد في ذلك تقدير حد الاحتفاظ بدقه مما يخفض هذا المعدل الي أدني حد له.

١٠- معدل الخساره . Loss Ratio

يحدد معدل الخساره نسبة التعويضات الي الاقساط المكتسبه كالاتي :

معدل الخساره = (مجموع التعويضات التحميليه ÷ الأقساط المكتسبه)

وكلما زاد معدل الخساره كلما كان ذلك مؤشرا لارتفاع درجة الخطر وبالتالي ينخفض حد الاحتفاظ اي انه توجد علاقه عكسيه بين معدل الخساره وحد الاحتفاظ.

ثالثا:- اهم الاعتبارات الواجب مراعاتها عند تقدير الاحتفاظ :-

- عند تحديد حد الاحتفاظ يجب مراعاة ان حد الاحتفاظ يؤثر علي حجم الاخطار المكتتب فيها وعلي قيمة الاموال من الاقساط المتاحه للاستثمار.

- يتغير عدد وقيم الخسائر في المستقبل و يجب اخذ ذلك في الاعتبار عند تحديد حد الاحتفاظ. وهذا يعني أن شركة التامين ليس لديها الحريه الكامله في تحديد حد الاحتفاظ (عطا ، محمد محمد ، ٢٠٠٥ صـ ٣٧.).

الفصل الثاني

استخدام التوزيعات الإحتماليه في تقدير حدود الاحتفاظ بالخطر لدي كل طرف من أطراف تحمل الخطر

أولا : بناء النموذج

يتكون النموذج المقترح استخدامه في تقدير حد الإحتفاظ من عدة عمليات هي:

أ- متغير دالة الخساره الإجماليه والتي تتكون من معدل تكرار الخسارة ونسبة الخسارة المتوقعة، وتستخدم التوزيعات الاحتماليه لمعرفة التوزيع الإحتمالي المناسب لتلك الدالة.

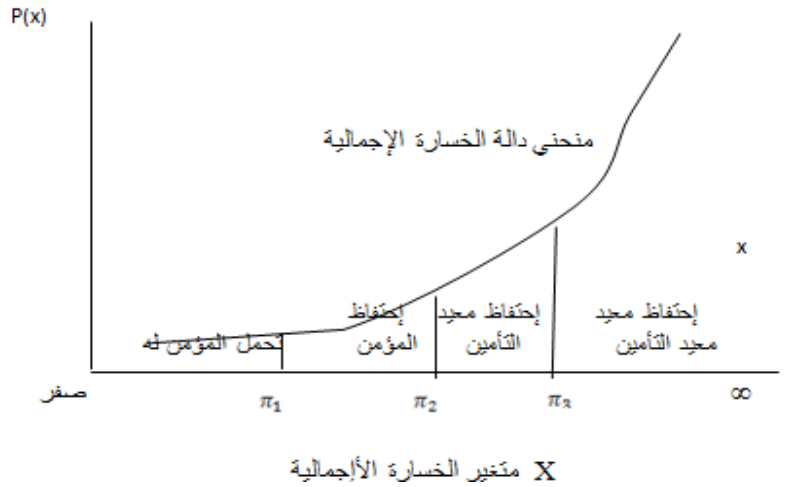
ب- دمج دالة التوزيع الاحتمالي لعدد الخسائر مع دالة التوزيع الإحتمالي لقيمة الخساره بهدف التوصل الي دالة الخساره الإجماليه.

ت- تقدير حدود الاحتفاظ من خلال تجزئة دالة الخساره الإجماليه وذلك بإستخدام الأساليب الإحصائية في تقدير الجزء المحتفظ به لدي كل طرف من الأطراف المشتركة في تحمل الخطروهذه الأطراف هي المؤمن له ، شركة التأمين ، شركة إعادة التأمين، شركة إعادة أعادة التأمين إن كانت حجم الخطر وقيمته تتطلب ذلك وذلك كما يلي :

تتكون دالة الخسارة الإجمالية من دالة جديدة عبارة عن تركيب دالي مكون من دالة حجم الخسارة ودالة عدد الحوادث المنتجة لخسارة أكبر من الصفر.

وهذا يعني أن شكل الدالة المركبة تكون كما يلي:

"f(X) = f(x) * P(x=n).



شكل(١) يوضح شكل دالة الخطر

ثم يتم ايجاد المساحة تحت المنحني لدالة توزيع الخسارة الإجمالية (x) في المدي من ٠ الي π_1 طبقا للفروض الآتية (سالم ، محمود سيد , يونية ٢٠١٢, صـ ١٣٥) :

بفرض أن قيمة الخسارة الناتجة عن حادث واحد هي $x \geq 0$; x ودالة كثافة التوزيع الذي يتفق مع طبيعة البيانات المتاحة f (x = n) .

وبفرض أن الخطر يتحمله الأطراف الرسمية للتعامل مع الخطر وهي المؤمن له ، وشركة تأمين ، وشركة إعادة التأمين ، وشركة إعادة إعادة التأمين.

بإستخدام قاعدة الأولية في تحمل الخطر والتي تقتضي أن تغطية الخطر تكون من حق: المؤمن له أولا بإعتباره المسئول عن ملكية أو إدارة الأصل.

شركة التأمين الذي ينتقل اليها حق التعامل مع الخطر أو جزء منه بالتعاقد القانوني مع المؤمن له طبقا للإتفاقية المبرمة بينهما.

شركة إعادة التأمين الذي ينتقل اليها مسئولية تغطية الخطرأو جزء منه بناء حق التعامل مع الخطربالتعاقد القانوني مع المؤمن له طبقا للإتفاقية المبرمة بينهما.

ثم شركة إعادة إعادة التأمين الذي ينتقل اليها مسئولية تغطية الباقي من الخطر بناء علي الإتفاق مع شركة إعادة التأمين.

والجدير بالذكر أن تقدير حدود الإحتفاظ لكل طرف من أطراف تحمل الخطر يقتضي تنفيذ خطوات التكامل الجزئي لدالة مركبة هي دالة الخسارة الإجمالية.

ثانيا : تطبيق النموذج المقترح

١- تجهيز البيانات .

حيث قام الباحث بالإطلاع علي السجلات المتاحه لشركة مصر للتامين وتم أخذ عينة مقدارها ٤٢٩٣ وثيقه (البيانات المتاحه) من وثائق تأمين الحريق الخاصه بمنطقة شمال القاهره وتم عمل جدوله لهذه البيانات في صورة جدول يتكون من ١٠ أعمده هي عدد الحوادث، التعويضات المسدده ، الاحتياطي ، القسط ، مبلغ التأمين ، الاحتفاظ retention, treaty, facultative، تاريخ الاصدار و مدة الوثيقه علي الترتيب .

ومن خلال هذه البيانات تم تكوين جدولين ، الجدول الاول عباره عن جدول تكراري لعدد الحوادث والجدول الثاني جدول تكراري للتعويضات المسدده كما يلي :

جدول (١)

يوضح التوزيع التكراري لعدد الحوادث

فئات عدد الحوادث	التكرارات
0	4010
1	191
2	43
3	14
4	16
5	8
6	7
7	4

المصدر : من إعداد الباحث من خلال البيانات المستخرجه من سجلات شركة مصر للتأمين.

جدول (٢)
يوضح التوزيع التكراري للتعويضات المسدده

مراكز الفئات للتعويضات	
50000	4240
300000	27
750000	10
1250000	7
2000000	5
3750000	3
9750000	1

المصدر : من إعداد الباحث من خلال البيانات المستخرجه من سجلات شركة مصر للتأمين.

٢- تقدير المعالم الإحصائيه للبيانات

حيث قام الباحث بتقدير متوسط البيانات $\bar{x}$ والتباين s2 بالنسبه لكل جدول من خلال برنامج احصائي (Excel)

أولا : التوزيعات الإحتمالية لعدد الحوادث .

$\bar{x} = \sum x \,.\, p(x) = 0.114838109$

$s^2 = \sum x^2 . p(x) - (\sum x . p(x))^2 = 0.311293923$

s = 0.557937204.

ثانيا : بالنسبه لقيمة التعويضات المسدده .

$\bar{x} = \sum x \,.\, p(x) = 62275.٨$

$s^2 = \sum x^2 . p(x) - (\sum x . p(x))^2 = 39644319929$

s = 199108.81

٣- اختيار التوزيع المناسب والذي تتبعه البيانات :

أولا : إختبار التوزيع المناسب لعدد الحوادث .

حيث قام الباحث بتجريب البيانات مع عدة توزيعات احتماليه منفصله (Poisson , Neg. Binomial, Binomial) وذلك لإختيار التوزيع المناسب بالنسبه لعدد الخسائر. وذلك من خلال اجراء اختبار توفيق جودة البيانات (K-S test)لاختبار البيانات لمعرفة التوزيع الاحتمالي المنفصل المناسب :

١ - استخدام توزيع Negative Binomial والتي تأخذ صيغته الشكل التالي :

$$f(x=n) = \binom{n+r-1}{n} * p^r * (1-p)^n$$

$$Mean = \frac{r\,(1-p)}{p} = 0.114838109$$

$$Variance = \frac{r\,(1-p)}{p^2} = 0.311293923$$

وقد أمكن تقدير قيمة r , p كما يلي :

$$\frac{r\,(1-p)}{p} \div \frac{r\,(1-p)}{p^2} = \frac{0.114838109}{0.311293923}$$

P= 0.368905719

ولحساب قيمة r يتم التعويض عن قيمة p في معادلة الوسط الحسابي :

$$\therefore r = 0.067128536$$

ثم تم حساب قيمة الاحتمالات المتوقعه من خلال هذا التوزيع واختباراها من خلال اختبار (k-s) كما يلي :

جدول (٣)

يوضح اختبار k-s لتوافق البيانات مع توزيع Negative binomial

X	(cdf) Obs	(cdf) Exp	Δ
0	0.934078733	0.935249886	-0.001171154
1	0.978569765	0.974871219	0.003698545
2	0.98858607	0.988212891	0.000373179
3	0.991847193	0.994014532	-0.002167339
4	0.995574191	0.996822015	-0.001247824

5	0.997437689	0.998263232	-0.000825542
6	0.999068251	0.999031361	3.68899E-05
7	1	0.99945152	0.00054848

المصدر : من اعداد الباحث .

من الجدول السابق يتضح انه يمكن توفيق البيانات المتاحه طبقا لدالة توزيع ذو الحدين السالب بناء علي اختبار K-s ، حيث ان أكبر فرق مطلق هو 0.003698545 تكون قيمته اقل من القيمه الجدوليه ٠.٠٢٠٧٥٧ ، اي انه لا يوجد فرق معنوي بين التوزيع الفعلي والتوزيع المتوقع وبالتالي يمكن القول ان التوزيع التكراري الفعلي لعدد الحوادث يتبع توزيع ذو الحدين السالب بدرجة ثقه ٩٥ % .

٢ - استخدام توزيع binomial والذي تأخذ صيغتة الشكل التالي :

$$f(x = n) = c_n^N . p^n . (1 - p)^{N-n}$$

وبالمثل يتم اختبار البيانات من خلال إختبار (k-s))حسب طبيعة البيانات المتاحة$P = 0.114838 / 7 = 0.016405$

يتضح انه لا يمكن توفيق البيانات المتاحه طبقا لدالة توزيع ذو الحدين بناء علي اختبار K-s حيث انه يوجد فرق معنوي بين التوزيع الفعلي والتوزيع المتوقع وبالتالي يمكن القول ان التوزيع التكراري الفعلي لعدد الحوادث لا يتبع توزيع ذو الحدين بدرجة ثقه ٩٥% .

٣- استخدام توزيع Poisson والتي تأخذ صيغته الشكل التالي :

$$f(x = n) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^n}{n!}$$

ثم تم اختبار البيانات من خلال اختبار (k-s) .

يتضح انه يمكن توفيق البيانات المتاحه طبقا لدالة توزيع بواسون بناء علي اختبار K-s، حيث ان أكبر فرق مطلق هو 0.019350615 تكون قيمته اصغر من القيمه الجدوليه ٠.٠٢٠٧٥٧ ، اي انه لا يوجد فرق معنوي بين التوزيع الفعلي والتوزيع المتوقع . وبمقارنة النتائج التي تم الحصول عليها من توزيع ذو الحدين وتوزيع بواسون وتوزيع ذو الحدين السالب بالبيانات الفعليه نجد ان بيانات توزيع ذو الحدين السالب اقرب الي البيانات الفعليه بدرجه اكبر ولذلك فانه يفضل استخدامه .

وبالتالي يكون تقدير المتوسط والتباين لعدد الحوادث بالنسبة للمجتمع من خلال توزيع ذو الحدين السالب كالاتي :

$$\mu_n = \frac{0.109695502 \times 4293}{7} = 67$$

$$\sigma_n^2 = \frac{0.262360271 \times 4293}{7} = 160$$

من خلال النتائج السابقه يلاحظ انه قد تم اختبار توزيع قيم تكرارات الحوادث مع التوزيعات المتقطعه الأكثر استخداما في هذا المجال مثل توزيع ثنائي الحدين وتوزيع ثنائي الحدين السالب ثم توزيع بواسون طبقا لإختبار جودة التوفيق kolmogorov-smirnov test كما يلي :

جدول(٤)

يوضح نتائج القيم المحسوبه والقيم الجدوليه لتوزيعات Binomial, negative binomial, poisson طبقا لاختبار k-s

Distribution	k- test
Binomial dist.	0.043417
Negative binomial dist.	0.003699
Poisson dist.	0.019351
القيمه الجدوليه	0.020757

ثانيا : إختبار التوزيع المناسب لحجم التعويضات المسددة .

يتم تجريب البيانات مع عدة توزيعات احتماليه متصله (log normal, Pareto, Gamma, exponential) لإختيار التوزيع المناسب بالنسبه لقيمة التعويضات المسدده . وذلك من خلال اجراء اختبار (K-s) لمعرفة التوزيع الاحتمالي المتصل المناسب :

١- استخدام التوزيع الأسي السالب Negative exponential والذي تأخذ صيغتة الشكل التالي :

$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$; $X \geq 0$

$$\text{Mean} = \frac{1}{\lambda} = 62275.79781$$

$$\text{Variance} = \frac{1}{\lambda^2} = 39644319929$$

ومن خلال المعادله الأولي الخاصه بالوسط الحسابي يمكن حساب قيمة λ كالاتي :

$$\lambda = \frac{1}{62275.79781} = 0.000160570$$

ثم تم حساب قيمة الاحتمالات المتوقعه من خلال هذا التوزيع واختبارها من خلال اختبار (k-s) كما يلي :

جدول (٥)

يوضح اختبار (k- s) لحجم التعويضات بواسطة negative exponential

X	obs (cdf)	exp. (cdf)	Dif.
50000	0.987654	0.999674	-0.01202
300000	0.993944	1	-0.00606
750000	0.996273	1	-0.00373
1250000	0.997904	1	-0.0021
2000000	0.999068	1	-0.00093
3750000	0.999767	1	-0.00023
9750000	1	1	0

من الجدول السابق يتضح انه يمكن توفيق البيانات المتاحه طبقا لدالة التوزيع الاسي السالب بناء علي اختبار k-s ، انه لا يوجد فرق معنوي بين التوزيع الفعلي والتوزيع المتوقع وبالتالي يمكن القول ان التوزيع التكراري الفعلي لقيمة التعويضات يتبع التوزيع الاسي السالب بدرجة ثقه ٩٥%.

2- استخدام التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي log normal والذي تأخذ صيغتة الشكل التالي(I .b. hossak , J.h.pollard, B. zehnwrth , 1999,pg 81)

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma x}} e^{-(\ln x - \mu)^2/2\sigma^2} \quad ; x > 0 , \quad -\infty < \mu < \infty \quad , \sigma > 0$$

تم حساب قيمة الاحتمالات المتوقعه لهذا التوزيع واختبارها من خلال اختبار (k-s) .
يتضح انه لا يمكن توفيق البيانات بناء علي اختبار k-s حيث ان القيمه المحسوبه اكبر من القيمه الجدوليه .

٣- توزيع جاما gamma والتي تأخذ صيغته الشكل التالي :

$$f(x) = \frac{\beta}{\Gamma\alpha}\, e^{-\beta x}(\beta x)^{\alpha-1} \qquad (0 \le x < \infty)$$

تم حساب قيمة الاحتمالات المتوقعه لهذا التوزيع واختبارها من خلال اختبار (k-s) .
يتضح انه لا يمكن توفيق البيانات بناء علي اختبار k-s حيث ان القيمه المحسوبه اكبر من القيمه الجدوليه .

٤- استخدام توزيع باريتوا Pareto والذي تأخذ صيغتة الشكل التالي :

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta}\,(\frac{\beta}{x})^{\alpha+1} \qquad ; x > \beta$$

تم حساب قيمة الاحتمالات المتوقعه لهذا التوزيع واختبارها من خلال اختبار (k-s) .
يتضح انه لا يمكن توفيق البيانات بناء علي اختبار k-s حيث ان القيمه المحسوبه اكبر من القيمه الجدوليه.

ومن خلال النتائج السابقه يمكن ايجاد متوسط وانحراف التعويضات المسدده للمجتمع باستخدام التوزيع الاسي السالب حيث اقل قيمه محسوبه عند درجة ثقه ٩٥% هي:

$$\mu_{(x)} = \Sigma\, x\,.\,p_{(x)} = 50081.50922$$

$$\sigma^2{}_{(x)} = \left(\Sigma\, x^2\,.\,p_{(x)}\right) - (\Sigma\, x\,.\,p_{(x)})^2$$

$$= 2528551986 - 2508164365$$

$$= 20387621.01$$

$$\sigma = 4515.265331$$

من خلال النتائج السابقه يلاحظ انه قد تم اختبار التوزيع المناسب لحجم التعويضات المسددة مع التوزيعات المتصله الأكثر استخداما في هذا المجال مثل log normal , Pareto, Negative exponential , Gamma طبقا لإختبارا جودة التوفيق kolmogorov-smirnov test كما يلي :

جدول (٦)
يوضح نتائج القيم المحسوبه والقيم الجدوليه لتوزيعات
exponential , Pareto log normal , Gamma , Negative
طبقا لاختبار k-s

k- test	Distribution
0.249939448	log normal dist.
0.174489561	Gamma dist.
0.01201937	Negative exponential dist.
0.385192608	Pareto dist.
0.020757	*القيمه الجدوليه*

ثالثا: تقدير التعويضات الإجماليه المتوقعه E(TL)

$\mu(Tl) = \mu(x) * \mu(n)$

$= 50081.50922 * 67$

$= 3355461.118$

$$\sigma\,(tl) = \sqrt{[\mu^2{}_{(x)}.\sigma^2{}_{(n)}] + [\sigma^2{}_{(x)}.\mu_{(n)}]}$$

$$= \sqrt{[50081.5^2 * 160^2] + [4515.3^2 * 67]}$$

$= ٨٠١٣١٢٥.٢٣٥$

رابعا: توزيع الخطر علي أطراف التعامل معه

دالة التوزيع الاحتمالي الاجمالي لقيمة التعويضات المسدده تكون عباره عن توزيع مركب من توزيع ذوالحدين السالب كتوزيع لعدد الخسائر والتوزيع الاسي السالب كتوزيع لقيمة التعويضات كما يلي:

$F(tl) = F(x = n).F(x).dx$

$$F(tl) = F(x = n).(1 - \lambda e^{-\lambda x})$$

ومن خلال هذه الداله يمكن تقدير التعويضات المتراكمة طبقا لتكراراتها وكذلك حسب حجم الخسارة لتكون التراكم في الخسارة الإجماليه كما يتضح في الجدول التالي:

جدول (٧)

يوضح التوزيع الهامشي للتعويضات المسدده الاجماليه

X	x.p(x)	1	2	3	4	5	6	7	
		0.03962	0.02668	0.01740	0.0112	0.0072	0.00460	0.00294	الخساره الاجماليه المحتمله
100000	86422.42	3424.17	2306.09	1504.26	970.35	622.67	398.23	254.0819	9479.877
500000	499976.9	19809.7	13341.3	8702.59	5613.7	3602.3	2303.8	1469.932	54843.63
1000000	1000000	39621.3	26684	17406	11228	7205	4608	2940	109692.3
1500000	1500000	59432	40026	26109	16842	10807.5	6912	4410	164538.5
2500000	2500000	99053.33	66710	43515	28070	18012.5	11520	7350	274230.8
5000000	5000000	198106.7	133420	87030	56140	36025	23040	14700	548461.7
									1161247

المصدر : من اعداد الباحث

من خلال البيانات الاصليه أمكن حساب متوسط فعلي لنسبة كل من التحمل للمؤمن له والاحتفاظ لكل من المؤمن المباشر ومعيد التأمين. وكانت هذه النسب علي الترتيب عمليا وبناء علي خبرة الماضي لمتحملي الخطر كما يلي :

متوسط نسبة التحمل للمؤمن له = ٠.٠١١

متوسط نسبة الاحتفاظ للمؤمن المباشر = ٠.١١

متوسط نسبة الاحتفاظ لمعيد التأمين = ٠.٨٧٥

ومن خلال قيمة اقصي خساره اجماليه محتمله مستنتجه من الجدول المزدوج السابق (1161247) يتم تقسيم هذه الخساره علي الاطراف الثلاثه كل حسب نسبة احتفاظه كما يلي:

التحمل للمؤمن له = ٠.٠١١ × 1161247 = 12773.72

حد الاحتفاظ للمؤمن المباشر = ٠.١١ × ١١٦١٢٤٧ = 127737.2

حد الاحتفاظ لمعيد التأمين = ٠.٨٧٥ × ١١٦١٢٤٧ = 1016091

النتائج والتوصيات

أولا:- النتـــائج

١. تتطلب دراسة حد الإحتفاظ لشركات إعادة التأمين دراسات متقدمة في الإحصاء الرياضي والإكتواري.
٢. تعتبر دالة الخطر من أهم العوامل المؤثرة في تقدير حد الإحتفاظ .
٣. من اهم العوامل التي تؤثر في قرار الاحتفاظ بالخطر هي العوامل التي لها صله مباشره بتكرارات الحوادث وحجم الخساره الناتجه منها.

ثانيا:- التوصيات

١- يفضل الاعتماد علي النموذج المقترح في قياس التحمل للمؤمن له ، المؤمن المباشر ومعيد التامين لأنه يعطي تقديرات يمكن الإعتماد عليها في المدي المتوسط والمدي الطويل.
٢- ضرورة الاهتمام بدراسة الأساليب الإحصائية والنماذج الرياضيه المعتمده علي تكرار وحجم الخساره حيث انها قد تساعد في حساب حدود الاحتفاظ بدقه اكثر.

المراجع

أولاً- المراجع العربية:

١- حربي ، جلال عبد الحليم ، تقدير الحجم الامثل لحد الإحتفاظ بالنسبه للمستأمن نموذج كمي ، مجلة المحاسبه والاداره والتامين ، العدد ٤٣ ، سنة ١٩٩١.

٢- سالم ، محمود سيد أحمد ، إدارة الخطر بإستخدام دالة الخسارة الإجمالية لتقدير القيم التأمينية: بالتطبيق علي فرع الحريق بشركة مصر للتأمين. مجلة البحوث التجارية المعاصرة. ملحق العدد الأول ، المجلد السادس . يونية ٢٠١٢.

٣- عطا ، محمد محمد ، " نموذج كمي مقترح لتحديد حد الاحتفاظ لشركات التامين " ، مجلة البحوث التجاريه المعاصره ، كلية التجاره جامعة سوهاج العدد الثاني ديسمبر ٢٠٠٥

٤- النادي ، هويدا جمال الدين محمد" دراسه تحليليه للعوامل المؤثره في تحديد حدود الاحتفاظ في التامينات العامه (بالتطبيق علي فرع النقل البحري بضائع) رسالة ماجستير في التامين، كلية التجاره جامعة القاهره ، ٢٠٠٤.

ثانياً- المراجع الأجنبية:

1. I.b.hossak, J.h.pollard, B. zehnwrth, introductory statistics with applications in general insurance, second edition, 1999.
2. Karlborch, the mathematical theory of insurance, an annotated selection of papers on insurance published 1960- 1972, London 1974.
3. R.L, Carter, reinsurance, 1983.
4. SwissRe. Company, A reinsurance manual of the non-life branch, fourth edition, Zurich , 2000.
5. Thomas Holzheu,Roman Lechner , Handbook of International Insurance Between Global Dynamics and Local Contingencies ,The Global Reinsurance Market, 2007 Tomas Cipra ,Financial and Insurance Formulas , chapter 24 , reinsurance, 2010.